УДК 539.3

М.А. Баймухаметов

ИССЛЕДОВАНИЕ СТРУКТУРЫ УПРУГОГО ПОТЕНЦИАЛА ДЛЯ КРИСТАЛЛИЧЕСКОГО МАССИВА

Побудовано структуру пружних потенціалів для різних типів анізотропних матеріалів, зокрема для кристалічного масиву.

RESEARCHING OF STRUCTURE OF ELASTIC POTENTIAL FOR A CRYSTAL MASSIVE

The structure of elastic potentials for various types anisotropic materials, in particular for a crystal file is constructed.

Строительство и эксплуатация подземных и транспортных сооружений и комплексов различного назначения включает разнообразные ответственные конструкции, отличающиеся массивностью, размерами и длительным сроком службы. Таковы, например, бетонные и насыпные основания, подпорные сооружения, борта карьеров, основные несущие элементы систем подземной разработки полезных ископаемых, подвергающиеся боковому давлению воды, грунтовых масс, тектонической составляющей горного давления. Прогноз прочности и устойчивости этих массивных конструкций весьма затруднителен из-за наличия в их теле различных элементов ослабления. Последние обусловлены свойствами материала, технологией и длительностью строительства, наличием элементов податливости, конструктивных и температурных швов, тоннелей, смотровых камер, пористостью, слоистостью и тектонической трещиноватостью горных пород и грунтов, наконец качеством строительства. Знание особенностей поведения элементов ослабления под нагрузкой необходимо для фильтрационной оценки флютбетов при гидротехническом строительстве и проводимости пластов горных пород для интенсификации отбора нефти [1].

Оценка напряженного состояния локальных участков земной коры необходима для решения различных геодинамических задач, в частности для прогноза землетрясений, требует повышения точности анализа наблюдаемых процессов и учета в теории интерпретации геофизических данных, не рассматриваемых в линейной теории упругости [2].

В работе [3] предпринята попытка представить наиболее важные результаты экспериментальных исследований в области нелинейной геомеханики – бурно развивающегося в последние годы научного направления – с единых позиций в рамках концепции академика М.А. Садовского о блочно-иерархическом строении массивов горных пород. Показана ключевая роль линейного коэффициента вложения геоблоков для смежных иерархических уровней; статистической характеристики средних расстояний между берегами трещин, отделяющих структурные блоки между собой, к диаметрам этих блоков; а также масштабного фактора явления зональной дезинтеграции горных пород вокруг подземных выработок в развитии нелинейных геомеханических процессов на различных иерархических уровнях: от атомарно-кристаллического и до планетарного масштаба. Формулируется ряд крупных научных проблем, решение которых требует особого внимания экспериментаторов и теоретиков.

Одним из направлений исследований является разрушение материалов, конструкций и природных объектов. Известны эксперименты и натурные наблюдения структур при квазихрупком разрушении полимеров и горных пород, в процессах локализации пластических деформаций [4, 5, 6], реализацией плоскостей скольжения в сыпучих средах [7], развитии структур при диссипации энергии на фронте волн деформаций [8], при откольном разрушении [9] и т.д. В телах, подвергаемых преимущественно сжимающим нагрузкам (горные массивы при тектонических воздействиях), иерархии структур разрушения содержат ряд самоподобных систем блоков вещества, вложенных одна в другую, что дает основание говорить об избирательности или квантованности разрушения тел в определенных пропорциях [10-11].

Определение эффективных упругих констант трещиноватых тел представляет особенно большой интерес в натурных условиях, так как в лаборатории можно получить сведения только об упругих свойствах керновых образцов горной породы относительно небольших размеров. Упругая реакция массива может существенно отличаться от упругой реакции кернов вследствие наличия трещин скольжения, размер которых сравним или же значительно больше размеров керна. Кроме того, из-за наличия упорядоченных систем трещин тело становится анизотропным в масштабе, большем по сравнению с длиной трещин и расстояниями между ними [12-16].

Изложим общий подход, который позволяет выявить структуру упругих потенциалов, отвечающих различным типам анизотропных материалов, в частности для кристаллического массива. Симметрия кристаллов и анизотропия их физических свойств тесно связаны с наличием кристаллической решетки. Браве показал [17], что все решетки могут быть разбиты на 14 типов, отнесенных к семи кристаллографическим системам – сингониям: триклинной, моноклинной, ромбической, тетрагональной, ромбоэдрической, гексагональной и кубической.

Представим структурные нарушения кристаллического массива в виде пространственной периодической решетки, каждый элемент которой – прямоугольный параллелепипед (соответствующий триклинной, моноклинной, ромбической и вообще говоря, тетрагональной и кубической сингониям). Нарушение имеет плоскости симметрии, совпадающие с плоскостями симметрии соответствующей сингонии. Тела, структуру которых можно описать с помощью такой периодической системы нарушений, будем называть структурно-однородным. Упругая реакция структурно-однородного тела в масштабе, больше по сравнению с размерами элемента пространственной решетки, будет совпадать с упругой реакцией сплошного ортотропного тела – кристаллического массива.

Для сплошного ортотропного тела справедливы следующие соотношения между напряжениями и деформациями:

$$
\begin{aligned}
\varepsilon_x &= \frac{1}{E_1}\sigma_x - \frac{\nu_{21}}{E_2}\sigma_y - \frac{\nu_{31}}{E_3}\sigma_z;\\
\varepsilon_y &= -\frac{\nu_{12}}{E_1}\sigma_x + \frac{1}{E_2}\sigma_y - \frac{\nu_{23}}{E_3}\sigma_z;\\
\varepsilon_z &= -\frac{\nu_{13}}{E_1}\sigma_x - \frac{\nu_{23}}{E_2}\sigma_y + \frac{1}{E_3}\sigma_z;\\
\varepsilon_{xy} &= \frac{1}{2\mu_{12}}\tau_{xy};\ \varepsilon_{yz} = \frac{1}{2\mu_{23}}\tau_{yz};\ \varepsilon_{xz} = \frac{1}{2\mu_{13}}\tau_{xz},
\end{aligned}
\tag{1}
$$

где $\frac{\nu_{12}}{E_1} = \frac{\nu_{21}}{E_2}$; $\frac{\nu_{13}}{E_1} = \frac{\nu_{31}}{E_3}$; $\frac{\nu_{23}}{E_2} = \frac{\nu_{32}}{E_3}$; *xy, xz, yz* – плоскости, совпадающие с плоскостями какого-либо параллелепипеда.

Определим упругие постоянные, входящие в (1).

Пусть напряжения в ортотропном теле совпадают со средними напряжениями внешнего поля структурно-однородного тела σ_{ij}^0. Плотность потенциальной энергии деформаций W в ортотропном теле представляет собой квадратичную форму от напряжений

$$
W = A_{ijkl}\sigma_{ij}^0\sigma_{kl}^0, \tag{2}
$$

где A_{ijkl} выражаются через упругие постоянные.

Рассмотрим структурно-однородное тело, материал которого однородный и изотропный с моделем Юнга E и коэффициентом Пуассона ν. Средняя потенциальная энергия деформаций в таком теле, т.е. энергия деформаций параллелепипеда с нарушениями, поделенная на объем параллелепипеда, равна

$$
\begin{aligned}
W_{cp} = {} & \frac{\nu(1-2\nu)}{2E(1+\nu)}(\sigma_x^0 + \sigma_y^0 + \sigma_z^0)^2 + \frac{1}{2E(1+\nu)}\{(1+2\nu^2)[(\sigma_x^0)^2 + (\sigma_y^0)^2 + \\
& + (\sigma_z^0)^2] + 2\nu(\nu-2)(\sigma_x^0\sigma_y^0 + \sigma_y^0\sigma_z^0 + \sigma_x^0\sigma_z^0)\} + \\
& + \frac{1+\nu}{E}[(\tau_{yz}^0)^2 + (\tau_{zx}^0)^2 + (\tau_{xy}^0)^2] + \frac{\Delta W}{V_0},
\end{aligned}
\tag{3}
$$

где ΔW - изменение энергии деформаций параллелепипеда вследствие наличия нарушения; V_0 - объем параллелепипеда.

Величина ΔW вычисляется с помощью теоремы Клапейрона:

$$
\Delta W = \frac{1}{2}\int_S (X_n u_x + Y_n u_y + Z_n u_z)dS. \tag{4}
$$

Здесь $(X_n, Y_{n,} Z_n)$- вектор напряжений, действующих на этой поверхности, равных по величине и обратных по знаку соответствующим напряжениям в сплошном теле; (u_x, u_y, u_z)- вектор смещения, возникающего на поверхности нарушения S в структурно-однородном теле в предположении, что внешнее поле отсутствует, а внешние нагрузки представлены вектором $(X_n, Y_{n,} Z_n)$.

Величины u_x, u_y, u_z определяются из решения соответствующей задачи теории упругости для структурно-однородного тела. Они, так же как и X_n, Y_n, Z_n прямо пропорциональны напряжениям σ_{ij}^0, поэтому величина ΔW, согласно (4), будет некоторой квадратичной формой напряжений σ_{ij}^0. Величины W и W_{cp} должны быть равны; отсюда, приравнивая коэффициенты при одинаковых членах двух квадратичных форм (2) и (3), получаем уравнения, служащие для определения эффективных упругих констант ортотропного тела.

Этот метод применим для различных задач о трещинах, т.е. для различных видов пространственной периодической решетки и тем самым для описания конкретных структур в процессах разрушения [18].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Баймухаметов М.А. Разрушение весомого упругого полупространства при сжатии вдоль приповерхностной системы физических щелей // Автореф. дис. канд. – Алматы, 1989. – 16 с.
2. Бакулин В.Н., Протосеня А.Г. О наличии нелинейных эффектов при распространении упругих волн в горных породах // Докл. АН СССР, 1982. – Т. 263, № 2. – С. 314 – 316.
3. Курленя М.В., Опарин В.Н. Проблемы нелинейной геомеханики. Ч. I. // ФТПРПИ. – 1999. - № 3. – С. 12 – 26.
4. Рыжак Е.И. Об эшелонной структуре как форме потери устойчивости горной породы // Изв. АН СССР. МТТ. – 1983. - № 5. – С. 127 – 136.
5. Никитин Л.В., Рыжак Е.И. Разрушение горной породы с внутренним трением и дилатансией // Докл. АН СССР. – 1976. – Т. 230, № 5. – С. 1203 – 1206.
6. Николаевский В.Н. Механика геоматериалов и землетрясения // Итоги науки и техники. Механика деформируемого твердого тела. – М.: ВИНИТИ, 1983. – Т. 15. – С. 149 – 230.
7. Ревуженко А.Ф., Стажевский С.Б., Шемякин Е.И. О механике деформирования сыпучего материала при больших сдвигах // Физ.-техн. пробл. разработки полез. ископаемых. – 1974. – Т. 3, № 3. – С. 130 –133.
8. Никифоровский В.С., Шемякин Е.И. Динамическое разрушение твердых тел. Новосибирск: Наука, 1979. – 271 с.
9. Морозов Н.Ф., Петров Ю.В., Уткин А.А. Об анализе откола с позиций структурной механики разрушения // Докл. АН СССР. – 1990. – Т. 313, № 2. – С. 276 – 279.
10. Садовский М.А., Писаренко В.Ф. Случайность и неустойчивость в геофизических процессах // Изв. АН СССР. Физика Земли. – 1989. - № 2. – С. 3 – 12.
11. Садовский М.А. Естественная кусковатость горной породы // Докл. АН СССР. – 1979. – Т. 247, № 4. – С. 829 – 831.
12. Рац М.В. Неоднородность горных пород и их физических свойств. – М.: Наука, 1968. – 110 с.
13. Рац М.В., Чернышев С.Н. Трещиноватость и свойства трещиноватых горных пород. – М.: Недра, 1970. – 164 с.
14. Рац М.В. Структурные модели в инженерной геологии. – М.: Недра, 1973. – 216 с.
15. Руппенейт К.В. Деформируемость массивов трещиноватых горных пород. – М.: Недра, 1975. – 223 с.
16. Чернышев С.Н. Трещины горных пород. – М.: Недра, 1983. – 240 с.
17. Шубников А.В. Симметрия и антисимметрия конечных фигур. – М.: Наука, 1951. – 172 с.
18. Гольдштейн Р.В., Осипенко Н.М. Структуры в процессах разрушения // Изв. РАН, МТТ. – 1999. - № 5. – С. 49 – 71.